ನೋಂದಣಿ ಸಂಖ್ಯೆ Registration No:											

26E206

ವಿಷಯ ಸಂಕೇತ
Subject Code **35**

ಗಣಿತ / MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

ಸಮಯ: 3 ಗಂಟೆ 00 ನಿಮಿಷಗಳು | (ಒಟ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : 47) | ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು: 80

Time : 3 Hours 00 Minutes] [Total No. of Questions : 47] [Max. Marks : 80

(Kannada Version)

ಸೂಚನೆಗಳು :

1. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ***A, B, C, D*** ಮತ್ತು ***E*** ಎಂಬ **ಐದು** ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. **ಎಲ್ಲಾ** ವಿಭಾಗಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

2. **ವಿಭಾಗ – 'A'** ನಲ್ಲಿ **15** ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಮತ್ತು **5** ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳವನ್ನು ತುಂಬುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿರುತ್ತವೆ.

3. **ವಿಭಾಗ – 'A'** ದಲ್ಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ, ಪ್ರಥಮವಾಗಿ ಬರೆದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುವುದು.

35

4. **ವಿಭಾಗ – 'E'** ನಲ್ಲಿ ಬರುವ ರೇಖೀಯ ಪ್ರೋಗ್ರ್ಯಾಮಿಂಗ್ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ – A

I. ಎಲ್ಲಾ ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. **(15 × 1 = 15)**

1) ಗಣ $\{1, 2, 3\}$ ಯಲ್ಲಿ $R = \{(1, 1)\}$ ಎಂಬ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ **R** ಸಂಬಂಧವು

a) ಸಮಾಂಗತ ಆದರೆ ವಾಹಕವಲ್ಲ
b) ವಾಹಕ ಆದರೆ ಸಮಾಂಗತವಲ್ಲ
c) ಸಮಾಂಗತ ಮತ್ತು ವಾಹಕ
d) ಸಮಾಂಗತವೂ ಅಲ್ಲ ವಾಹಕವೂ ಅಲ್ಲ

2) $\sec^{-1}x$ ನ ಪ್ರಧಾನ ಬೆಲೆಯ ವಿಭಾಗ

a) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - \{0\}$
b) $(0, \pi) - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$
c) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] - \{0\}$
d) $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

3) ಒಂದು ಮಾತೃಕೆಯಲ್ಲಿ **7** ಅಂಶಗಳಿದ್ದರೆ ಆಗ ಸಾಧ್ಯವಾಗಬಹುದಾದ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದರ್ಜೆಯ ಒಟ್ಟು ಕೋಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು

a) 7 **b) 2**

c) 1 **d) 3**

4) **A** ಮತ್ತು **B** ಗಳು ಸಮ ದರ್ಜೆಯ ವಿಲೋಮಿತ ಕೋಶಗಳಾಗಿದ್ದು $|AB|=8$ ಮತ್ತು $|A|=2$ ಆದರೆ $|B|$ ಯು

a) 4 **b) 16**

c) $\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{1}{16}$

5) $f(x) = |x-2|$ ನ ಎಡ ನಿಷ್ಪನ್ನವು $x=2$ ನಲ್ಲಿ

a) 1 **b) 0**

c) –1 **d)** ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿರುವುದಿಲ್ಲ

6) **x** ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $e^{2\log x}$ ನ ನಿಷ್ಪನ್ನವು

a) 2x **b)** $\frac{2}{x}$

c) $e^{2\log x}$ **d) 2**

7) **x** ಘಟಕಗಳ ಮಾರಾಟದಿಂದ ಬಂದ ಒಟ್ಟು ಉತ್ಪನ್ನಗಳ ಆದಾಯ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ $R(x)=3x^2 + 36x + 5$ ಆಗಿದೆ. $x=15$ ಆದಾಗ ಕನಿಷ್ಟ ಆದಾಯವು

a) 116 **b) 96**

c) 90 **d) 126**

8) $f(x) = a^x$ ಉತ್ಪನ್ನವು **R** ನಲ್ಲಿ ವೃದ್ಧಿಸುವುದಾದರೆ

a) $a > 0$ **b)** $a < 0$

c) $0 < a < 1$ **d)** $a > 1$

9) $\int \log x \, dx =$

a) $x\log x - x + c$

b) $x\log x + x + c$

c) $\log x - x + c$

d) $\log x + x + c$

10) $\int_{-1}^{1} x^{99} dx$ ನ ಬೆಲೆಯು

a) 2

b) 3

c) 0

d) 1

11) ಹೇಳಿಕೆ 1 : ಸದಿಶ $\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} - \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$ ನ ಪರಿಮಾಣ 1

ಹೇಳಿಕೆ 2 : $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ ಆದಾಗ

$|\vec{r}| = x^2 + y^2 + z^2$

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಿ?

a) ಹೇಳಿಕೆ 1 ಸರಿ ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2 ಸರಿ

b) ಹೇಳಿಕೆ 1 ಸರಿ ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2 ತಪ್ಪು

c) ಹೇಳಿಕೆ 1 ತಪ್ಪು ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2 ಸರಿ

d) ಹೇಳಿಕೆ 1 ತಪ್ಪು ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2 ತಪ್ಪು

12) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}||\vec{b}|$ ಆದರೆ, $\vec{a}$ ಮತ್ತು $\vec{b}$ ಸದಿಶಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವು

a) $\frac{\pi}{4}$

b) $\frac{\pi}{2}$

c) π

d) $\frac{\pi}{3}$

13) ಋಣಾತ್ಮಕ **z**–ಅಕ್ಷದ ದಿಶಾ ಕೊಸೈನ್‌ಗಳು

a) **0, 0, –1**

b) **1, 1, 0**

c) **–1, –1, 0**

d) **0, 0, 1**

14) **A** ಮತ್ತು **B** ಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರ ಘಟನೆಗಳಾಗಿದ್ದು $P(A) = \frac{1}{4}$ ಮತ್ತು $P(B) = \frac{1}{2}$ ಆದಾಗ $P(A \cap B)$ ಯು

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{4}$

15) $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ ಮತ್ತು $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ ಆದರೆ $P(A|B)$ ಯು

a) $\frac{4}{13}$

b) $\frac{4}{7}$

c) $\frac{9}{13}$

d) $\frac{4}{9}$

II. ಆವರಣದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆಯ್ಕೆಮಾಡಿ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ. **(5 × 1 = 5)**

(–2, –1, 0, 1, 2, 3)

16) $xy = 81$ ಆದರೆ, $x = 9$ ರಲ್ಲಿ $\frac{dy}{dx} =$ _____.

17) $|\sin 4x + 1|$ ನ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯು _____.

18) $\frac{d^2y}{dx^2} + 5x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 6y = \log x$, ಈ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣದ ಪ್ರಮಾಣವು _____.

19) **y**–ಅಕ್ಷದೊಂದಿಗೆ $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ ಸದಿಶದ ಬಾಗುವಿಕೆಯು _____.

20) $P(A) = 0$ ಮತ್ತು $P(B) = \frac{1}{4}$ ಆದರೆ $P(A|B) =$ _____

ವಿಭಾಗ – B

III. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ **ಆರು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ: **(6 × 2 = 12)**

21) $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

22) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳು **(1, 0), (6, 0)**, ಮತ್ತು **(4, 3)** ಆದಾಗ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು, ನಿರ್ಧಾರಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

23) $2x + 3y = \sin y$ ಆದಾಗ $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ **3** ಸೆಂ.ಮೀ ದರದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿದೆ. ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯವು **10** ಸೆಂ. ಮೀ. ಆಗಿದ್ದಾಗ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಾಗುವ ಹೆಚ್ಚಳದ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

25) $\int \frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2}\,dx$ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

26) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{2-y}$, $y \neq 2$ ಎಂಬ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

27) $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ಸದಿಶಗಳು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದ ಬಾಹುಗಳಾದರೆ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28) $\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ ಮತ್ತು $\vec{r} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$ ಎಂಬ ಜೋಡಿ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

29) **10** ಕಪ್ಪು ಮತ್ತು **8** ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಡಬ್ಬದಿಂದ ಎರಡು ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಬದಲಿಮಾಡಿ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆಯಲಾಗುವುದು. ಮೊದಲನೇ ಚೆಂಡು ಕಪ್ಪು ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಚೆಂಡು ಕೆಂಪು ಆಗಿರುವ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ – C

IV. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ **ಆರು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ: **(6 × 3 = 18)**

30) **L** ಎಂಬುದು ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ರೇಖೆಗಳ ಗಣವಾಗಿರಲಿ ಮತ್ತು **R, L** ನ ಒಂದು ಸಂಬಂಧವಾಗಿದ್ದು ಇದನ್ನು

$R = \{(L_1, L_2) : L_1$ ಎಂಬುದು L_2 ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದೆ$\}$

ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ **R** ಒಂದು ಸಮತ್ವ ಸಂಬಂಧವೆಂದು ತೋರಿಸಿ.

31) $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{33}{65}\right)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

32) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ಕೋಶವನ್ನು ಸಮಾಂಗ ಮತ್ತು ಅಸಮಾಂಗ ಕೋಶಗಳ ಮೊತ್ತವೆಂದು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಿ.

33) $x = a(\theta - \sin\theta)$ ಮತ್ತು $y = a(1 - \cos\theta)$, ಆದಾಗ $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

34) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ **24** ಆದರೆ, ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಗರಿಷ್ಟವಾದಾಗ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

35) $\int \frac{x}{(x-1)(x-2)}\,dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

36) **A** ಮತ್ತು **B** ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\vec{a}$ ಮತ್ತು $\vec{b}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. **A** ಮತ್ತು **B** ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ರೇಖೆಯನ್ನು **P** ಬಿಂದುವು ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ **m:n** ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಿದಾಗ **P** ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶವು $\frac{m\vec{b}+n\vec{a}}{m+n}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

37) $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ ಮತ್ತು $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

38) ಚೀಲ **I, 3** ಕೆಂಪು ಮತ್ತು **4** ಕಪ್ಪು, ಹಾಗೇ ಚೀಲ **II , 5** ಕೆಂಪು ಮತ್ತು **6** ಕಪ್ಪು ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ಚೀಲಗಳೊಂದರಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆಯಲಾಗುವುದು ಮತ್ತು ಅದು ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ್ದಾಗಿರುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಅದು ಚೀಲ **II** ರಿಂದ ಪಡೆದಿದೆ ಎಂಬುದರ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು ?

ವಿಭಾಗ – D

V. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ **ನಾಲ್ಕು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ: **(4 × 5 = 20)**

39) $\mathbf{f : R \to R}$ ಎಂಬ ಉತ್ಪನ್ನವು $\mathbf{f(x) = 10x + 7}$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ. **f** ವಿಲೋಮಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ ಹಾಗೂ **f** ನ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

40) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $\mathbf{B = [1\ \ 3\ \ -6]}$ ಆದರೆ, $\mathbf{(AB)' = B'A'}$ ಅನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

41) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕ್ರೋಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$\mathbf{x - y + 2z = 7}$

$\mathbf{3x + 4y - 5z = -5}$

$\mathbf{2x - y + 3z = 12}$

42) $\mathbf{y = 3\cos(\log x) + 4\sin(\log x)}$ ಆದರೆ $\mathbf{x^2y_2 + xy_1 + y = 0}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

43) **x** ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\mathbf{\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}}$ ನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\mathbf{\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 25x^2}}}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) ಅನುಕಲಿತ ವಿಧಾನದಿಂದ $\mathbf{x^2 + y^2 = a^2}$ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

45) $\mathbf{x\frac{dy}{dx} - y = 2x^2}$ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ – E

VI. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ:

46) $\mathbf{\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. ಅದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\mathbf{\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{4-x}}dx}$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **6**

ಅಥವಾ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖೀಯ ಪ್ರೋಗ್ರಾಮಿಂಗ್ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಕ್ಷಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಿ.

$\mathbf{x + y \geq 50}$

$\mathbf{3x + y \leq 90}$

$\mathbf{x \geq 0,\ y \geq 0}$

ನಿಬಂಧನೆಗೊಳಪಟ್ಟು ಉದ್ದಿಷ್ಟ ಉತ್ಪನ್ನ $\mathbf{z = 4x + y}$ ಅನ್ನು ಗರಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಕನಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ.

47) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ಕೋಶವು $A^2 - 5A + 7I = O$, ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೃಪ್ತಿಗೊಳಿಸುವುದು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ I ಎಂಬುದು 2×2 ದರ್ಜೆಯ ಏಕಮಾನ ಕೋಶವಾಗಿದ್ದು ಮತ್ತು O ಎಂಬುದು 2×2 ದರ್ಜೆಯ ಶೂನ್ಯ ಕೋಶವಾಗಿದೆ. ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ A^{-1} ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **4**

ಅಥವಾ

$f(x) = \begin{cases} kx+1 & , \quad x \leq \pi \\ \cos x & , \quad x > \pi \end{cases}$ ಆದರೆ

ಈ ಉತ್ಪನ್ನವು $x = \pi$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದರೆ k ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(English Version)

Instructions :

1. *The question paper has* ***five*** *parts namely A, B, C, D and E. Answer* **ALL** *the parts.*
2. **PART – A** *has* **15** *multiple choice questions and* **5** *fill-in-the-blank questions.*
3. *For* **PART – A** *questions, only the first written answers will be considered for evaluation.*
4. *Use the graph sheet provided to you for the question on Linear Programming Problem in* **PART – E.**

PART – A

I. Answer ALL the multiple choice questions: **(15 × 1 = 15)**

1) If a relation R on the set {1, 2, 3} is defined by R = {(1, 1)}, then R is

a) symmetric but not transitive **b) transitive but not symmetric**

c) symmetric and transitive **d) neither symmetric nor transitive**

2) The principal value branch of $\sec^{-1}x$ is

a) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - \{0\}$ **b)** $(0, \pi) - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

c) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] - \{0\}$ **d)** $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

3) A matrix has 7 elements. The number of possible different orders it can have is

a) 7 **b) 2**

c) 1 **d) 3**

4) If A and B are invertible matrices of the same order such that $|AB|=8$ and $|A|=2$, then $|B|$ is

a) 4 b) 16

c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{16}$

5) The left hand derivative of $f(x) = |x-2|$ at $x=2$ is

a) 1 b) 0

c) –1 d) does not exist

6) The derivative of $e^{2\log x}$ with respect to x is

a) 2x b) $\frac{2}{x}$

c) $e^{2\log x}$ d) 2

7) The total revenue in rupees received from the sale of x units of a product is $R(x)=3x^2 + 36x + 5$. Then the marginal revenue when $x=15$ is _____ rupees.

a) 116 b) 96

c) 90 d) 126

8) The function $f(x) = a^x$ is increasing on R, if

a) $a > 0$ b) $a < 0$

c) $0 < a < 1$ d) $a > 1$

9) $\int \log x \, dx =$

a) $x\log x - x + c$ b) $x\log x + x + c$

c) $\log x - x + c$ d) $\log x + x + c$

10) The value of $\int_{-1}^{1} x^{99} dx$ is

a) 2 b) 3

c) 0 d) 1

11) Statement 1: The magnitude of vector $\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} - \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$ is 1.

Statement 2: If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, then $|\vec{r}| = x^2 + y^2 + z^2$.

Which of the following is correct?

a) Statement 1 is true and Statement 2 is true

b) Statement 1 is true and Statement 2 is false

c) Statement 1 is false and Statement 2 is true

d) Statement 1 is false and Statement 2 is false

12) If $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}|\,|\vec{b}|$, then the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is

a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{2}$

c) π d) $\frac{\pi}{3}$

13) The direction cosines of negative z-axis is

a) 0, 0, –1 b) 1, 1, 0

c) –1, –1, 0 d) 0, 0, 1

14) If A and B are independent events with $P(A) = \frac{1}{4}$ and $P(B) = \frac{1}{2}$, then $P(A \cap B)$ is

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{3}{4}$

15) If $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ and $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$, then $P(A|B)$ is

a) $\frac{4}{13}$ b) $\frac{4}{7}$

c) $\frac{9}{13}$ d) $\frac{4}{9}$

II. Fill in the blanks by choosing the appropriate answer from those given in the bracket: $(5 \times 1 = 5)$

(–2, –1, 0, 1, 2, 3)

16) If $xy = 81$, then $\frac{dy}{dx}$ at $x = 9$ is _____

17) The maximum value of $|\sin 4x + 1|$ is _____

18) The degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + 5x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 6y = \log x$ is _____

19) The projection of the vector $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ on y-axis is _____

20) If $P(A) = 0$ and $P(B) = \frac{1}{4}$, then $P(A|B)$ = _____

PART – B

III. Answer any SIX of the following questions: $(6 \times 2 = 12)$

21) Prove that $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

22) Find the area of the triangle whose vertices are (1, 0), (6, 0) and (4, 3) using determinants.

23) Find $\frac{dy}{dx}$, if $2x + 3y = \sin y$.

24) The radius of a circle is increasing uniformly at the rate of 3 cm/sec. Find the rate at which the area of the circle is increasing when the radius is 10 cm.

25) Find $\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1+x^2}\, dx$.

26) Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{2-y}$, $y \neq 2$.

27) Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.

28) Find the angle between the pair of lines given by $\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ and $\vec{r} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$.

29) Two balls are drawn at random with replacement from a box containing 10 black and 8 red balls. Find the probability that first ball is black and second ball is red.

PART – C

IV. Answer any SIX of the following questions: $(6 \times 3 = 18)$

30) Let L be the set of all lines in the plane and R is the relation on L defined by

$R = \{(L_1, L_2) : L_1 \text{ is parallel to } L_2\}$.

Show that R is an equivalence relation.

31) Prove that $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{33}{65}\right)$.

32) Express the matrix $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and skew symmetric matrix.

33) If $x = a(\theta - \sin\theta)$ and $y = a(1 - \cos\theta)$, then find $\frac{dy}{dx}$.

34) Find two numbers whose sum is 24 and whose product is as large as possible.

35) Find $\int \frac{x}{(x-1)(x-2)}\, dx$.

36) Show that the position vector of the point P which divides the line joining the points A and B having the position vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ internally in the ratio m:n is $\frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m+n}$.

37) Find the distance between the lines $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ and $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$.

38) Bag I contains 3 red and 4 black balls while another Bag II contains 5 red and 6 black balls. One ball is drawn at random from one of the bags and it is found to be red. Find the probability that it was drawn from Bag II.

PART – D

V. Answer any FOUR of the following questions: (4 × 5 = 20)

39) Consider the function f : R → R defined by f(x) = 10x + 7. Show that f is invertible. Also write the inverse of f.

40) If $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ and B = [1 3 –6], verify that $(AB)' = B'A'$.

41) Solve the system of equations by matrix method.

x – y + 2z = 7

3x + 4y – 5z = – 5

2x – y + 3z = 12

42) If y = 3cos(logx) + 4sin(logx), show that $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$.

43) Find the integral of $\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ with respect to x and hence find $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 25x^2}}$.

44) Using the method of integration, find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

45) Find the general solution of the differential equation $x\frac{dy}{dx} - y = 2x^2$.

PART – E

VI. Answer the following questions:

46) Prove that **6**

$$\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx \text{ and}$$

hence evaluate $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{4-x}}dx$.

Or

Solve the following linear programming problem graphically.

Maximise and minimise $z = 4x + y$

subject to the constraints

$x + y \geq 50$

$3x + y \leq 90$

$x \geq 0,\ y \geq 0.$

47) Show that the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ **satisfies the equation** $A^2 - 5A + 7I = O$, **where I is an identity matrix of order** 2×2 **and O is the zero matrix of order** 2×2. **Using this equation find** A^{-1}. **4**

Or

Find the value of k so that the function

$$f(x) = \begin{cases} kx+1 & , \quad x \leq \pi \\ \cos x & , \quad x > \pi \end{cases}$$ **is continuous at** $x = \pi$.
